



Matematikksenteret

Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

Kengurukonkurransen 2004 - 2024

MADE IN NORWAY

Fasit med korte løsningsforslag



Innhold

Når summen er kjent.....	3
Kengurufavoritt – Nykomlingen.....	3
Speiling.....	3
Kengurufavoritt – Kvadrater med fyrstikker	4
Rutenett	4
Kengurufavoritt – Bokstaver i et brøkuttrykk	5
Kvadratets egenskaper	5
Hvordan ser det ut – det vi ikke kan se?.....	5
Problemløsning i sport og spill.....	5
Antall – største og minste?.....	6
Kjøp og salg	6
Kengurufavoritt – Halvparten og litt til.....	6
Tallinja.....	7
Når sifrene bytter plass	7
Brøk	7
Kengurufavoritter – I hvilken rekkefølge?	8
Enkle problemstillinger.....	8
Kengurufavoritter – fra enkelt til utfordrende	8
Brøk en gang til.....	9
Kengurufavoritter – når konteksten fasinerer.....	9
Kenguru i en julekontekst.....	9

Fasit med korte kommentarer

Mange matematiske problemløsningsoppgaver kan løses på ulike måter. Forslagene i dette heftet gir ingen fullstendig oversikt over løsningsmetoder. Diskuter gjerne ulike måter en oppgaven kan løses på i klassen.



Når summen er kjent

1. (B) 4

For å få et minst mulig tall, må de to andre tallene være størst mulig. 16 og 13 er de største tallene på safen, summen er 29, men tallet 3 finnes ikke.

Velger vi 16 og 12, er summen 28 og da mangler vi 4 for at summen av tallene skal bli 32.

2. (E) 6

figur	står for
	4
	5
	6

3. (A)

Det er ikke mulig å treffe to ballonger som til sammen gir 30 poeng.

Tre ballonger som gir 30 poeng er: 3, 9, 18 og 3, 13, 14. I begge tilfellene er ballongen med 3 poeng med.

Det er ikke mulig å treffe fire eller fem ballonger som til sammen gir 30 poeng.

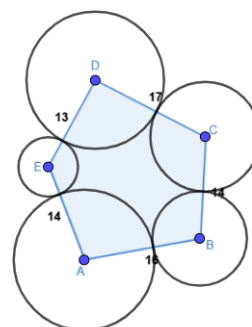
Det er ikke mulig å treffe to ballonger som til sammen gir 30 poeng.

Tre ballonger som gir 30 poeng er: 3, 9, 18 og 3, 13, 14. I begge tilfellene er ballongen med 3 poeng med.

Kengurufavoritt – Nykomlingen

Riktig svaralternativ er: (A)

Forklaring står sammen med oppgaven i heftet.



Speiling

1. (E) HOOT

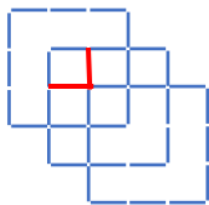


2. (C)

3. (E) XEKO

Kengurufavoritt – Kvadrater med fyrstikker

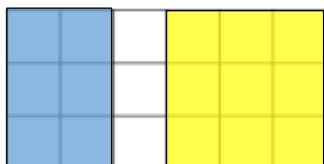
Riktig svaralternativ er: (A) 2



3 store (3x3), 2 mellomstore (2x2) og 6 små kvadrater, til sammen 11 kvadrater.

Rutenett

1. (C) 3

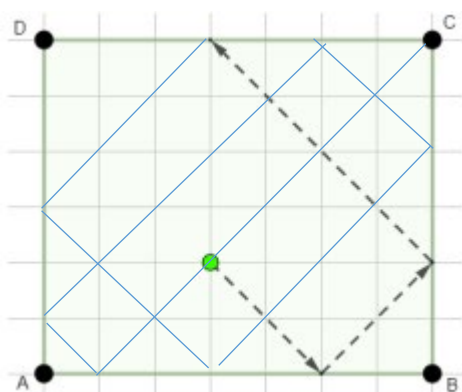


2. (C) 44

Hun trenger 4 x 10 små hvite kvadrater pluss et hvitt kvadrat i hvert av de fire hjørnene, til sammen 44 brikker.

3. (C)

Kula fortsetter slik:



Kengurufavoritt – Bokstaver i et brøkuttrykk

Riktig svaralternativ er: (B) 2

$$\frac{K \cdot A \cdot N \cdot G \cdot A \cdot R \cdot O \cdot O}{G \cdot A \cdot M \cdot E} =$$
$$\frac{K \cdot \cancel{A} \cdot N \cdot \cancel{G} \cdot A \cdot R \cdot O \cdot O}{\cancel{G} \cdot \cancel{A} \cdot M \cdot E} =$$
$$\frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 1}{8 \cdot 9} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 1}{8 \cdot 9} =$$
$$\frac{\cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{4} \cdot 6 \cdot 1 \cdot 1}{\cancel{8} \cdot \cancel{9} \cdot 3} = \frac{6}{3} = 2$$

Kvadratets egenskaper


1. (D) 144

$$\text{Sidelengden til det største kvadratet} = \sqrt{64} + \sqrt{16} = 12$$

2. (E) 50 cm², dvs. halvparten av det store kvadratet.

3. (E) $\frac{1}{2}$

Hvordan ser det ut – det vi ikke kan se?

1. (A) 

2. (C) 2 - 1 - 4 - 3

Problemløsning i sport og spill

1. (E) 16 km

mandag	tirsdag	onsdag	torsdag	fredag
10	12	14	16	18
n	n+2	n+4	n+6	n+8

$$10 + 12 + 14 + 16 + 18 = 70$$

$$5n + 20 = 70 \rightarrow 5n = 50, n=10, \text{ torsdag: } 10 + 6 = 16$$



2. (C) 4
De tre andre kunne for eksempel ha skåret 5, 6 og 9 mål eller 5, 7 og 8.
Uansett må en av de tre skåret 5 mål.
3. (B) 3
Antall partier må være delelig på 2 og 3. Det kan for eksempel være 6 eller 12.
Hvis 12, er halvparten 6, en tredel er 4 og vi vet at 2 partier har endt uavgjort;
 $6 + 4 + 2 = 12$.

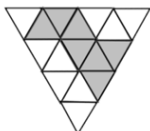
Antall – største og minste?

1. (D)



Flest mulig personer i de to ytterste husene, vil gi størst antall personer.

2. (B) 9



Kjøp og salg

1. (B) 4

$$25 + 25 + 10 + 10 = 70$$

2. (B) 75 €

Etter å ha solgt 40 flasker, har han 10 € mer enn det han startet med som var 50€. Det vil si at hver flaske bruks kostet $60€ : 40 = 1,5€$, og $1,5€ \cdot 50 = 75€$

3. (C) 10

Prøver og justerer:

Stor pose	Liten pose	SUM
$5 \cdot 13$	$5 \cdot 8$	$65 + 40 = 105$
$4 \cdot 13$	$6 \cdot 8$	$52 + 48 = 100$

Kengurufavoritt – Halvparten og litt til

Riktig svaralternativ er: (E) 34 euro

Forklaring står sammen med oppgaven i heftet.



Tallinja


1. (E) 12
Kengu må hoppe 3 hopp for å komme til 4, og dette må gjentas 4 ganger for å komme til 16.
2. (C) 84
Kengu vil lande på alle tall i 9-gangen. Etter å ha landet på 81, kan han hoppe videre til 84, 87, 88, ...
3. (D) 84
Kengu kan lande på 44, fordi $4 \cdot 11 = 44$, også 54 fordi $4 + 4 + 2 = 10$, 64 og 74 er også mulig å lande på, men ikke 84.

Når sifrene bytter plass

1. (B) 891
... 1201, 1210, 2011, 2101, 2110...
Differansen mellom de nærmeste: $2101 - 1210 = 891$
2. (A) 0
Et femsifret tall som fyller alle disse fem kriteriene, finnes ikke.
Siste siffer må være 5 ettersom hele tallet er delelig med 5. Andre siffer (her fra venstre) må være 2 eller 4 ettersom de to første sifrene dannet et tall som er et partall. Det siste sifferet i det firesifrede tallet må enten være 2 eller 4.
Dersom et tall skal være delelig med fire, må de to siste sifrene i tallet være delelig med fire. Her kan det enten være 12, 14, 32 eller 34. Det er kun 12 og 32 som oppfyller kravene. Det medfører at de tre første sifrene enten blir 431, 341 eller 143, 413. Tverrsum er her 8 og det er ikke delelig med 3.

Brøk

1. (D) $\frac{1}{12}$

2. (D) 

3. (D) $4 \cdot \frac{5}{3}$

Kengurufavoritter – I hvilken rekkefølge?

1. (B) Petter, Jonas, Niklas
 $(3 + 2) \cdot 3 - 1 = 14$

2. (E) +1, ·2, -1

La oss si at Boris har 100 euro. Han legger først til 1 euro og får 101 euro, så dobles beløpet og han får 202 euro og deretter trekker han fra 1 euro.

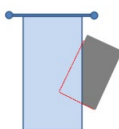
Til slutt har han da 201 euro.

En generell løsning for alle de fem svaralternativene, hvor s står for sum med penger, er:

a)	$2s + 1 - 1 = 2s$
b)	$(s + 1 - 1) \cdot 2 = 2s$
c)	$2s - 1 + 1 = 2s$
d)	$(s - 1 + 1) \cdot 2 = 2s$
e)	$(s + 1) \cdot 2 - 1 = 2s + 1$

Enkle problemstillinger

1. (A) en trekant



2. (E)



3. (B)



Kengurufavoritter – fra enkelt til utfordrende

1. (E)

2. (D) 96



De to vognene som er farget røde, er de to midterste vognene.

Ettersom 5 vogner etter hverandre skal inneholde 199 passasjerer, så må de 10 første vognene inneholde 398 passasjerer til sammen. De siste fem vognene må inneholde 199 passasjerer til sammen.

Da vil de tre vognene som ikke er avmerket ovenfor, inneholde $700 - 398 - 199 = 103$ passasjerer. Disse tre vognene skal sammen med de to røde vognene inneholde 199 passasjerer. Dermed må det i de to midterste vognene være $199 - 103 = 96$ passasjerer.

Brøk en gang til

1. (D) $\frac{1}{12}$

Oppgaven kan for eksempel løses med en tegning/barmodell:



2. (C) $\frac{29}{57}$

3. (A) $\frac{8+5}{3}$

Kengurufavoritter – når konteksten fasinerer

1. (D) 45

Forskjellen mellom 66 og 24 er 42. 42 delt i to blir 21. Dvs. at Carmen må sette seg på tallet, $24 + 21 = 45$.

2. (A) Grønn

I og med at det er 4 ulike svar, kan det bare være en blekksprut som snakker sant. Det betyr at det må være 3 blekkspruter som lyver. Totalt 21 armer.

Da er mulighetene:

Blå: $28 = 21 + 7$ dvs. alle lyver

Grønn: $27 = 21 + 6$ en snakker sant

Gul: $26 = 21 + 5$ ingen har 5 armer

Rød: $25 = 21 + 4$ ingen har 4 armer.

Kenguru i en julekontekst

1. Mellom slede A og B

Lang pakke veier mer en pakke med grønn sløyfe, og oransje pakke med rød sløyfe må være tyngst. En pakke av hver, det vil si slede E, må derfor plasseres mellom slede A og slede B.

2. 6 glass

Høyden på 6 glass som er stablet opp i et annet glass er $42 - 18 = 24$. Hver av de 6 glassene, $24 : 6 = 4$, måler 4 cm i høyden når det står oppi et annet glass. Det glasset som står nederst, er $18 - 4 = 14$ cm høyt. Det største antall glass som kan stables mellom to hyller er $14 + 5 \cdot 4 = 34$ cm.